

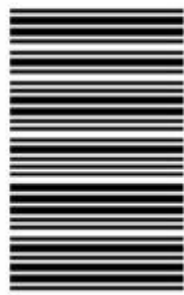
131

A

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



131A

دفتر چه شماره (۱)

صبح جمعه

۱۳۹۴/۱۲/۱۴



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۵

هوشناسی (کد ۲۲۱۱)

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	دروس اختصاصی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات، فیزیک پایه (۲.۱)، دینامیک جو	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخللین برابر مقررات رفتار می‌شود.

ریاضیات:

۱- اگر z_1, z_2, z_3 اعداد مختلط باشند که $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ و $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ ، آنگاه $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$ کدام

است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

۲- اگر $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ ، $n = 1, 2, 3, \dots$ مقدار $\lim a_n$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) حد وجود ندارد

۳- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + n^2 + n}{2^{n+1} n(n+1)}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

۴- در بسط مک لورن تابع $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ ، ضریب x^3 کدام است؟ ($|x| < 1$)

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$

(۴) ۱

۵- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\ln x}}{(\ln x)^x}$ کدام است؟

(۱) e

(۲) $+\infty$

(۳) 1

(۴) 0

۶- اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی باشد که برای هر $x, y \in \mathbb{R}$ $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy^2 + yx^2$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$.

کدام گزینه درست است؟

(۱) $f'(x) = 1 + x^2$

(۲) $f'(x) = 1 - x^2$

(۳) $f'(x) = 1 + x + x^2$

(۴) ممکن است f مشتق‌پذیر نباشد.

۷- کدام گزینه در مورد $A = |\sin(x + \alpha) - \sin \alpha - x \cos \alpha|$ برای $x \in \mathbb{R}$ درست است؟

(۱) $A < \frac{|x|}{2}$

(۲) $A > \frac{|x|}{2}$

(۳) $A \geq \frac{x^2}{2}$

(۴) $A \leq \frac{x^2}{2}$

۸- مقدار انتگرال $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{(1+x^2)^3}}$ کدام است؟

(۱) $2(\sqrt{1+\sqrt{2}} + \sqrt{2})$

(۲) $2(\sqrt{1+\sqrt{2}} - \sqrt{2})$

(۳) $2(\sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{2}-1})$

(۴) $2(\sqrt{2} + \sqrt{\sqrt{2}-1})$

۹- مساحت ناحیه کران‌دار محصور به چهار سهمی $x = 3y^2$, $x = y^2$, $y = 2x^2$, $y = x^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{9}$

۱۰- قایقی به موازات ساحلی مستقیم، در فاصله ۴ کیلومتری، با سرعت ثابت ۱۲ کیلومتر در ساعت در حال حرکت است. سرعت نزدیک شدن آن به یک فانوس دریایی واقع در ساحل، در لحظه‌ای که فاصله‌اش تا فانوس ۵ کیلومتر است، چقدر می‌باشد؟

$$(1) \frac{3}{6} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$(2) \frac{60}{\sqrt{41}} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$(3) \frac{7}{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$(4) \frac{12}{\text{h}}$$

۱۱- مقدار تابع $f(x, y) = x^y$ در نقطه $(e, 1)$ ، در چه جهتی با بیشترین سرعت افزایش پیدا می‌کند؟

$$(1) i - e j$$

$$(2) i + e j$$

$$(3) -e i + j$$

$$(4) e i + j$$

۱۲- مقدار تقریبی تابع $f(x, y) = (x e^y + \cos(\pi y), x^2, x - e^y)$ در نقطه $(1/0.2, 0/0.1)$ کدام است؟

$$(1) (2/0.1, 1/0.4, 0/0.3)$$

$$(2) (2/0.4, 1/0.1, 0/0.2)$$

$$(3) (2/0.3, 1/0.4, 0/0.1)$$

$$(4) (2/0.3, 1/0.3, 0/0.1)$$

۱۳- با ۲۰ متر ریسمان می‌خواهیم مرز باغچه‌ای به شکل قطاعی از دایره را مشخص نماییم. شعاع دایره چند متر باشد تا مساحت باغچه بیش‌ترین مقدار ممکن باشد؟

$$(1) 3$$

$$(2) 4$$

$$(3) 5$$

$$(4) 7$$

۱۴- هرگاه $z = z(x, y)$ تابعی مشتق‌پذیر و φ تابعی دومتغیره و مشتق‌پذیر باشد $\varphi(x^2 + z^2, xy) = 1$ ، کدام گزینه درست است؟

$$(1) xz \frac{\partial z}{\partial x} - yz \frac{\partial z}{\partial y} = -x^2$$

$$(2) x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2$$

$$(3) xz \frac{\partial z}{\partial x} + yz \frac{\partial z}{\partial y} = x^2$$

$$(4) z \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2$$

۱۵- منحنی C با معادله برداری $\vec{r}(t) = (1 + \sin t)\vec{i} + (1 + \sin 2t)\vec{j} + (1 + \sin 3t)\vec{k}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ داده شده است. کار

انجام شده توسط میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$ در امتداد منحنی C ، کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۲

فیزیک پایه (۲.۱):

۱۶- جسمی با شتاب 0.27 m/s^2 (سرعت لحظه‌ای خطی جسم) حرکت می‌کند. تقریباً چند ثانیه طول می‌کشد تا سرعت جسم به 0.37 m/s سرعت اولیه خود برسد؟ $e \approx 2.7$

(۱) ۲/۵

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۷- سرعت لحظه‌ای ذره‌ای به جرم m که در راستای محور x حرکت می‌کند، از رابطه $v = cx^{-3}$ تعیین می‌شود (c) مقداری ثابت و x مکان ذره روی محور x است). نیروی وارد بر ذره کدام است؟

(۱) $-3mc^2x^{-7}$ (۲) $-\frac{1}{3}mc^2x^{-6}$ (۳) $-\frac{1}{3}mcx^{-5}$ (۴) $3mcx^{-4}$

۱۸- یک ذره توسط نیروی $F = F_0 e^{-kx}$ در امتداد محور x حرکت می‌کند، (F_0 و k مقادیری ثابت هستند). اگر ذره از $x = 0$ از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، بیشینه انرژی جنبشی که می‌تواند به دست آورد، کدام است؟

(۱) $\frac{F_0}{e^k}$ (۲) $\frac{F_0}{k}$ (۳) $\frac{1}{2} \frac{F_0}{k}$ (۴) $ke^k F_0$

۱۹- در کره یکنواخت توپری به شعاع a حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{a}{3}$ ایجاد می‌شود که مرکزش به فاصله $\frac{a}{4}$ از مرکز کره واقع است. مرکز جرم جسم در چه فاصله‌ای از مرکز کره قرار دارد؟

$$(1) \frac{a}{16}$$

$$(2) \frac{a}{24}$$

$$(3) \frac{a}{52}$$

$$(4) \frac{a}{78}$$

۲۰- نسبت انرژی جنبشی دورانی به انرژی کل، برای کره‌ای توپری که روی سطح افقی صاف با سرعت ثابت می‌غلتد، کدام است؟ (ممان اینرسی کره توپری را $\frac{2}{5}MR^2$ فرض کنید)

$$(1) \frac{1}{5}$$

$$(2) \frac{2}{5}$$

$$(3) \frac{2}{7}$$

$$(4) \frac{7}{2}$$

۲۱- یک ماهواره 20 kg در یک مدار دایروی با شعاع $6 \times 10^6 \text{ m}$ با پریود 2 h به دور یک سیاره می‌چرخد. اگر شتاب گرانش در سطح سیاره $\frac{8}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، شعاع این سیاره تقریباً چند کیلومتر است؟

$$(1) 4600$$

$$(2) 2760$$

$$(3) 3280$$

$$(4) 4525$$

۲۲- شتاب گرانش بر روی سطح یک سیاره کروی به شعاع 600 km برابر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. جسمی از ارتفاع 400 km بالای سطح سیاره از حال سکون رها می‌شود. تندی جسم هنگام برخورد با سطح سیاره تقریباً چند $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ است؟

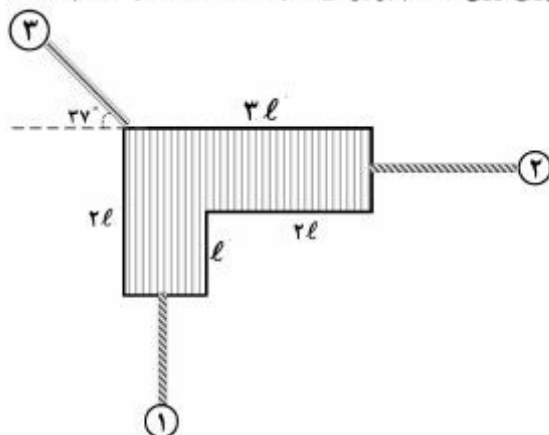
$$(1) 1/55$$

$$(2) 2/5$$

$$(3) 49$$

$$(4) 77$$

۲۳- یک جسم مسطح با ضخامت یکسان و توزیع یکنواخت جرم (مطابق شکل) با وزن Mg به وسیله سه طناب ۱، ۲ و ۳ در یک صفحه قائم بسته نگه‌داشته شده و در حال تعادل پایدار است. طناب‌های ۱ و ۲ به وسط ضلع مربوط به‌طور عمودی بسته شده‌اند. نیروی کشش در طناب ۳ برحسب نیروی وزن جسم برابر γMg است، عدد γ کدام است؟



$$(\sin 37^\circ = 0.6)$$

$$(1) \quad 5$$

$$(2) \quad 7/5$$

$$(3) \quad 12/5$$

$$(4) \quad 10$$

۲۴- یک میله به طول L با چگالی بار طولی $\lambda = \alpha x$ روی محور x ها از $x_1 = 0$ تا $x_2 = L$ قرار گرفته است. نیروی وارد

از طرف این میله باردار به بار نقطه‌ای q_0 که روی محور x ها در نقطه $x = -L$ قرار دارد، کدام است؟ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$(1) \quad 2q_0 k \alpha [\ln 2 - 2]$$

$$(2) \quad 2q_0 k \alpha [1 + \ln 2]$$

$$(3) \quad q_0 k \alpha \left[\ln 2 - \frac{1}{2} \right]$$

$$(4) \quad q_0 k \alpha \left[\ln 2 + \frac{1}{2} \right]$$

۲۵- مقاومت الکتریکی میان سطح و مرکز کره رسانای توپری با شعاع R و ضریب هدایت الکتریکی g ، کدام است؟

$$(1) \quad \frac{1}{4\pi g R}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2\pi g R}$$

$$(3) \quad \frac{g}{4\pi R}$$

$$(4) \quad \frac{g}{2\pi R}$$

۲۶- پتانسیل الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا با رابطه $V(x, y, z) = Axy + Bx^{\Delta} + cy$ داده می‌شود، که ضرایب A ، B و C مقادیر ثابت و مثبت هستند. میدان الکتریکی در چه نقطه‌ای صفر می‌شود؟

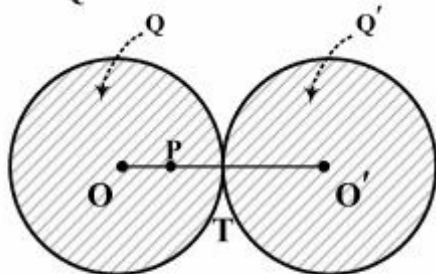
$$(1) \quad z=0, \quad y=0, \quad x=0$$

$$(2) \quad z=1, \quad y = \frac{BC^{\Delta}}{A^{\Delta}}, \quad x = -\frac{C}{A}$$

$$(3) \quad z=0, \quad y = \frac{\Delta BC^{\Delta}}{A^{\Delta}}, \quad x = \frac{C}{A}$$

$$(4) \quad z=2, \quad y = -\frac{\Delta BC^{\Delta}}{A^{\Delta}}, \quad x = -\frac{C}{A}$$

۲۷- طبق شکل دو کره کاملاً هم‌اندازه و یکسان عایق، هرکدام با بار الکتریکی مثبت و توزیع حجمی کاملاً یکنواخت، اولی Q و دومی Q' به‌طور مماس در کنار یکدیگر قرار دارند. مشاهده می‌شود که میدان الکتریکی حاصل از این دو توزیع کروی بارهای الکتریکی در نقطه P ، دقیقاً در وسط شعاع OT کره اول، معادل صفر است. نسبت $\frac{Q}{Q'}$ کدام است؟



است؟

(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{8}{9}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) ۲

۲۸- یک قطره آب کروی به قطر $6\ \mu\text{m}$ بر اثر میدان الکتریکی جوی پایین سویی به بزرگی $\frac{6000}{C}\ \text{N}$ در هوای آرام معلق

است. تعداد الکترون‌های اضافی این قطره تقریباً کدام است؟ $g = 9/8 \frac{m}{s}$

(۱) ۱۲

(۲) ۴۸

(۳) ۱۱۶۰

(۴) ۴۶۴۰

۲۹- چگالی جریان \vec{J} داخل یک سیم استوانه‌ای توپر و بلند به شعاع R در جهت محور استوانه و بزرگی آن با رابطه $\vec{J}(r) = br^2$ داده می‌شود (b ضریبی ثابت و r فاصله یک نقطه داخل استوانه از محور آن است). اندازه میدان

مغناطیسی در $r = \frac{R}{2}$ ، چند برابر میدان مغناطیسی در سطح استوانه ($r = R$) است؟

(۱) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

۳۰- ذره‌ای با بار الکتریکی $20\ \mu\text{C}$ از ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی $\vec{B} = (-10\ \text{T})\hat{i}$ و میدان الکتریکی $\vec{E} = (120 \frac{\text{V}}{\text{m}})\hat{j}$

عبور می‌کند. در لحظه‌ای خاص سرعت ذره $\vec{v} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ (برحسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) است. نیروی الکترومغناطیسی خالص

وارد بر ذره برحسب نیوتن کدام است؟

(۱) $6 \times 10^{-4}(\hat{j} + \hat{k})$

(۲) $6 \times 10^{-4}(2\hat{j} + \hat{k})$

(۳) $6 \times 10^{-4}(6\hat{j} - \hat{k})$

(۴) $6 \times 10^{-4}(2\hat{j} - \hat{k})$

دینامیک جو:

- ۳۱- در یک گردش چرخندی متوازن، نسبت مقیاس افقی به مقیاس قائم از چه مرتبه‌ای است؟
(N فرکانس شناوری، f فرکانس سختی و S فرکانس چینی حرکت کژفشاری)

$$(1) \frac{f}{N} \quad (2) \frac{N}{f} \quad (3) \frac{N}{S} \quad (4) \frac{S}{f}$$

- ۳۲- در حضور امواج شناوری (درونی) زمین یک نیرو بر جو وارد خواهد کرد، اگر افت‌وخیزهای سرعت (مداری u' و قائم w') همراه با این امواج به شکل باشد.

$$(1) \frac{\partial(u'w')}{\partial x} > 0 \quad (2) \frac{\partial(u'w')}{\partial z} > 0 \quad (3) \frac{\partial(u'w')}{\partial x} < 0 \quad (4) \frac{\partial(u'w')}{\partial z} < 0$$

- ۳۳- دمای جو زیر یک بی‌هنجاری تاوایی پتانسیلی منفی به‌طور قابل ملاحظه‌ای است.

$$(1) \text{ کم} \quad (2) \text{ زیاد} \quad (3) \text{ هم‌اندازه محیط} \quad (4) \text{ در ارتفاع بالا، کم}$$

- ۳۴- ارتفاع راسبی عبارت است از:

(۱) ارتفاع تروپوپواز

(۲) مقیاس ارتفاع

(۳) مقیاس قائم امواج کژفشار

(۴) فاصله قائم نفوذ باد در پاسخ به بی‌هنجاری تاوایی پتانسیلی

- ۳۵- هنگامی که مقیاس اغتشاش شعاع راسبی باشد، بیشترین انرژی پتانسیل آزاد شده در تنظیم زمین‌گرد با امواج از منطقه دور می‌شود.

$$(1) \text{ کوچک‌تر از} \quad (2) \text{ برابر با} \quad (3) \text{ بزرگ‌تر از} \quad (4) \text{ برابر یا بزرگ‌تر از}$$

- ۳۶- باد گرادانی در یک واچرخند معمولاً چگونه است؟

(۱) هم‌اندازه باد زمینگرد است.

(۲) کوچک‌تر از باد زمینگرد است.

(۳) بزرگ‌تر از باد زمینگرد است.

(۴) کمتر از باد زمینگرد که بستگی به انحنای مسیر ذرات هوا دارد، است.

- ۳۷- در یک تقریب شبه‌زمینگرد، پارامتر کوریالیس معمولاً به کدام شکل است؟

(۱) ثابت فرض می‌شود. (۲) به‌طور غیرخطی با عرض جغرافیایی تغییر می‌کند.

(۳) به‌طور خطی وابسته به عرض جغرافیایی است. (۴) به‌طور سینوسی با عرض جغرافیایی تغییر می‌کند.

- ۳۸- معمولاً یک چرخند حاره‌ای دارای یک بی‌هنجاری تاوایی پتانسیلی است.

(۱) مثبت در سطوح پایین (۲) مثبت در سطوح بالا

(۳) منفی در سطوح پایین (۴) منفی در سطوح بالا

- ۳۹- یک واچرخند زمستانی در آسیای مرکزی معمولاً همراه است با یک بی‌هنجاری

(۱) دمای سطحی منفی (۲) تاوایی پتانسیلی منفی در سطح زمین

(۳) تاوایی پتانسیلی منفی در سطوح بالا (۴) تاوایی پتانسیلی منفی در سطوح متوسط

- ۴۰- در یک موج کژفشاری کم دامنه در نیمکره شمالی، بردار Q در همگرا است.

$$(1) \text{ روی تراف موج} \quad (2) \text{ غرب تراف موج} \quad (3) \text{ شرق تراف موج} \quad (4) \text{ شرق ریح موج}$$

- ۴۱- پایدار شدن امواج کم دامنه کژفشار با طول موج کوتاه معمولاً توسط چه عاملی رخ می‌دهد؟
 (۱) اثر بیتا (۲) اثرات لختی (۳) اثر فشار ورودی (۴) اثر پایداری ایستایی جو
- ۴۲- در تقریب شبه‌زمینگرد معمولاً این تقریب باعث می‌شود که در حل معادلات حاکم
 (۱) امواج راسبی، فیلتر شود. (۲) امواج لختی، فیلتر شود.
 (۳) امواج لختی، باقی بماند. (۴) امواج گرانی - لختی، باقی بماند.
- ۴۳- طول موج بیشترین رشد امواج کژفشار چه نسبتی با شعاع تغییر شکل راسبی دارد؟
 (۱) یک‌چهارم (۲) سه برابر (۳) چهار برابر (۴) پنج برابر
- ۴۴- کدام رابطه واپاشی (dispersion) مربوط به امواج شناوری در جو است؟ (N فرکانس شناوری، f فرکانس لختی، θ زاویه انتشار موج نسبت به افق و ω فرکانس موج است).
 (۱) $\omega = N \sin \theta$ (۲) $\omega = N \cos \theta$ (۳) $\omega = f \cos \theta$ (۴) $\omega = f \sin \theta$
- ۴۵- معادله وارون سازی تاوایی پتانسیلی معمولاً عبارت است از بر حسب تاوایی پتانسیلی.
 (۱) توازن زمینگرد (۲) توازن باد گرمایی (۳) توازن بادگرادیانی (۴) معادله شبه‌زمینگرد

